

Tentamen Programmacorrectheid, 9 april 2010

Tijdsduur 3 uur. Gesloten boek.

Voorzie alle in te leveren bladen van je naam, en nummer ze. Schrijf op het eerste blad het aantal ingeleverde bladen. Werk netjes, formuleer scherp en zorgvuldig. Schrijf duidelijk leesbaar.

Geef in alle gevallen volledig en correct geannoteerde commando's. Behandel elke herhaling met het stappenplan. Geef bij de stappen 1 telkens een geannoteerd lineair bewijs. Bij de stappen 3 is het voldoende de bewijsverplichting te geven met een goed argument waarom hieraan voldaan wordt.

Als het tentamen is nagekeken, kun je het inzien bij Wim H. Hesselink, Bernoulliborg kamer 374.

Opgave 1 (20 %). Bepaal een geannoteerd commando S dat voldoet aan

```
var i : Z
    { P : i = X }
S
    { Q : i ≥ 5 ∧ (i = 5 - 2 · X ∨ i div 3 = X) } .
```

Let wel, er schuilt een addertje onder het gras, maar als je voorzichtig bent kun je dat ontlopen.

Opgave 2 (34 %). Bepaal een commando T dat voldoet aan de specificatie

```
const n : N, a, b : array [0 .. n] of R
var x : R
    { P : n ≥ 1 }
T
    { Q : x = Max(a[i] - b[j] | i, j : 0 ≤ i ≤ j < n) } .
```

De tijdscomplexiteit van commando T dient $\mathcal{O}(n)$ te zijn.

Bepaal eerst geschikte hulpfuncties en recurrente betrekkingen daarvoor.

Opgave 3 (46 %). Gegeven is een functie $g : \mathbb{Z}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ die zwak stijgend is in zijn eerste argument en zwak dalend is in zijn tweede argument. Gegeven zijn verder constanten $n : \mathbb{N}$ en $d : \mathbb{R}$.

Bepaal een commando ter bepaling van het aantal paren $(i, j) \in \mathbb{Z}^2$ met $i \geq 0$ en $j \geq 0$ en $2 \cdot i + j < n$ en $g(i, j) < d$.

(a: 4 %) Maak een schets van het te onderzoeken gebied, rekening houdend met de gegeven ongelijkheden. Geef aan waar berg en dal liggen, hoe de hoogtelijn loopt, en waar je het resterende zoekgebied legt.

(b: 22 %) Definieer een functie waar het gevraagde aantal mee berekend kan worden. Bepaal recurrente betrekkingen voor deze functie, inclusief basisgeval(len).

(c: 4 %) Geef een formele specificatie voor het bedoelde commando.

(d: 16 %) Bepaal een correct commando voor dit probleem, met een tijdscomplexiteit $\mathcal{O}(n)$.